

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СПЕКТРОВ  
В ФОКУСЕ УЛЬТРАКОРОТКОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА**

**Аннотация.** В статье представлено численное решение задачи ускорения электронов без учета взаимодействия зарядов в фокусе гауссова лазерного импульса в рамках модели усредненного релятивистского уравнения Гамильтона–Якоби. С применением метода Монте–Карло рассчитаны двумерные спектры ускоренных электронов, при этом решено 0,8 млн обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих дрейфовое движение электронов внутри ультракороткого неоднородного лазерного импульса. Вводилась вторичная сетка для ускоренных электронов — (остаточная кинетическая энергия, зенитный угол), насчитывающая 1 600 ячеек. Начальная лагранжевая сетка имела вид вытянутого цилиндра, длина которого выбиралась из условий достаточности вклада в результирующие спектры. Показано, что для длинных лазерных импульсов при интенсивностях меньших релятивистских значений ускорение электронов происходит преимущественно под большими углами к оси фокусирующей системы. При острой фокусировке лазерного излучения и достижении релятивистских интенсивностей в фокусе начинают выполняться условия применимости строгого уравнения Гамильтона–Якоби. Обнаружена неприменимость в этих условиях модели одномерного ускорения электронов вдоль оси фокусирующей системы.

**Ключевые слова.** Ускорение электронов в фокусе ультракороткого релятивистского лазерного импульса; усредненное релятивистское уравнение Гамильтона–Якоби; метод Монте–Карло; электронные спектры.

**Информация о статье.** Дата поступления 25 сентября 2015 г.; дата принятия к печати 9 октября 2015 г.; дата онлайн-размещения 30 декабря 2015 г.

**NUMERICAL SIMULATION OF ELECTRONIC SPECTRA  
IN THE ULTRA-SHOT LASER PULSE FOCUS**

**Abstract.** The article presents the numerical solution of the problem of electron acceleration without consideration of the charges interaction in the focus of a Gaussian laser pulse within the averaged model of a relativistic Hamilton-Jacobi equation. Two-dimensional spectra of accelerated electrons were calculated with the use of the Monte Carlo method, and around 0,8 million ordinary differential equations describing the drift motion of electrons within the ultrashort inhomogeneous laser pulse were solved. A secondary net for accelerated electrons — (the residual kinetic energy, the zenith angle) with 1600 cells was entered. The initial Lagrangian net has the form of an elongated cylinder, the length of which had been selected from the conditions of sufficient contribution to the resulting spectra. It was shown that for long laser pulses at intensities which are lower than relativistic values, the electron acceleration occurs mainly at larger angles to the axis of the focusing system. Under tight focus of laser radiation and when reaching relativistic intensities in focus, the conditions of Hamilton-Jacobi equation's strict applicability were fulfilled. It was determined that one-dimensional models of electron acceleration along the axis of the focusing system were inapplicable under these circumstances.

**Keywords.** Electron acceleration in focus of ultrashort relativistic laser pulse; average relativistic equation of Hamilton-Jacobi; Monte Carlo method; electronic spectra.

**Article info.** Received September 25, 2015; accepted October 9, 2015; available online December 30, 2015.

В последние годы привлекает к себе внимание проблема ускорения электронов в фокусе ультракороткого лазерного импульса (S. X. Hu, M. P. Kalashnikov, A. Maltsev, S. Masuda, B. Quesnel, Y. Salamin [6–12]). Таким способом можно получить электроны с кинетической энергией, превышающей 1 МэВ [6], которые используют в различных областях науки и техники.

Наиболее адекватное описание процесса ускорения электронов лазерным импульсом достигается применением релятивистского уравнения Гамильтона–Якоби (РГЯ) для функции действия электронного газа. В том случае, если пространственная амплитуда осцилляций электрона в электромагнитном поле лазерного импульса много меньше продольного и поперечного размеров импульса  $d \ll x_{\parallel}, x_{\perp}$ , то можно провести усреднение функции действия по периоду лазерного поля и получить более простое усредненное релятивистское уравнение Гамильтона–Якоби (УРГЯ) [1–2]. Такое уравнение описывает дрейфовое движение электронов в высокочастотном пространственно неоднородном поле и для линейно поляризованного гауссова лазерного импульса в системе единиц измерений  $e = 1, c = 1$  и имеет вид

$$\left(\frac{\partial S_0}{\partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial S_0}{\partial r}\right)^2 - \left(\frac{\partial S_0}{\partial z}\right)^2 = m^2 + \frac{(A_0(z-t)\rho_0)^2}{2\rho^2} e^{-\frac{2r^2}{\rho^2}}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial S_0}{\partial r} = p_{0\perp}, \quad \frac{\partial S_0}{\partial z} = p_{0\parallel}, \quad \frac{\partial S_0}{\partial t} = \varepsilon_0,$$

где  $S_0(t, r, z)$  усредненное действие для электронного газа;  $m$  — масса электрона;  $A_0(\xi)$  — медленная огибающая лазерного импульса;  $p_{0\parallel}, p_{0\perp}$  — поперечный и продольный импульсы электрона;  $\varepsilon_0$  — полная энергия электрона;  $\rho = \rho_0 / \sqrt{1 + (z/z_R)^2}$  — поперечный размер лазерного импульса на расстоянии  $z$  от фокальной плоскости, здесь  $z_R = \pi\rho_0^2/\lambda$  — рэлеевская длина в теории гауссовых пучков (Л. А. Вайнштейн);  $\rho_0$  — поперечный размер минимальной гауссовой перетяжки в фокальной плоскости;  $\lambda$  — длина волны излучения [3].

#### Уравнение УРГЯ в лагранжевой постановке.

Вычислив градиент от выражения (1), получим уравнение, описывающее динамику импульса электронов в поле лазерного излучения [2]. В лагранжевой постановке оно выглядит следующим образом:

$$\frac{d\mathbf{p}_0}{dt} = -\frac{1}{2\varepsilon_0} \nabla m_{\text{эф}}^2, \quad m_{\text{эф}} = \frac{A_0(z-t)\rho_0}{\sqrt{2\rho}} e^{-\frac{r^2}{\rho^2}}. \quad (2)$$

Это есть уравнение дрейфового движения электрона в поле линейно поляризованной высокочастотной электромагнитной волны. Правая часть в формуле (2) представляет собой выражение для релятивистской пондеромоторной силы. К выражению (2) следует добавить уравнение для определения траектории

$$\frac{d\mathbf{r}_0}{dt} = \mathbf{v}_0, \quad \mathbf{v}_0 = \frac{\mathbf{p}_0}{\varepsilon_0}. \quad (3)$$

Система уравнений (2) и (3) описывает усредненное движение электронного газа в поле лазерного импульса в лагранжевой постановке и позволяет решать задачу о движении электронного газа в рамках метода «больших частиц». Здесь «большой частицей» является лагранжева ячейка электронного газа. В методе «больших частиц» для электронного газа без взаимодействия между электронами ячейки перепутываются, т. е. могут проходить друг через друга.

**Об условиях применимости УРГЯ.** Гауссов лазерный импульс имеет два линейных параметра: длину и поперечный размер гауссовой перетяжки  $x_{\perp} = \rho_0$ . Пространственная амплитуда осцилляций электрона в поле электромагнитной волны составляет

$$d = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{\frac{I}{I_r}}. \quad (4)$$

Формула верна как для циркулярно, так и линейно-поляризованной волны. Зависимость амплитуды пространственных осцилляций электронов от отношения интенсивности к релятивистскому значению для неодимового лазера показана на рис. 1.

Возможности усреднения действия и получения УРГЯ, а также введения пондеромоторной силы должны быть ограничены следующими условиями:

$$d \ll x_{\parallel}, \rho_0. \quad (5)$$

Например, в задаче с параметрами  $\alpha = I/I_r = 1$ ,  $\lambda = 1$  мкм,  $\rho_0 = 5$  мкм,  $x_{\parallel} = t_L c = 30$  мкм, значение  $d = 0,5$  мкм, поэтому хорошо выполняются оба условия. Вне фокальной перетяжки поперечный размер лазерного импульса увеличивается, а интенсивность уменьшается, поэтому выполнимость второго условия улучшается.

A. V. BOROVSKY, A. L. GALKIN

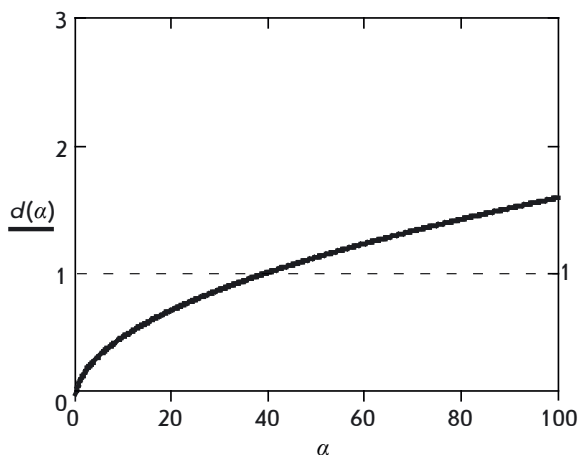


Рис. 1. Амплитуда пространственных осцилляций электронов (для неодимового лазера как функция отношения интенсивности к релятивистскому значению)

**Физический смысл задачи об ускорении электронов лазерным импульсом.** Выбираем начальную лагранжевскую сетку. Для аксиально симметричных импульсов это двумерная цилиндрическая сетка — длинный цилиндр. Фокальная перетяжка гауссова импульса может делить цилиндр пополам. Движение каждой лагранжевой ячейки не зависит от движения других ячеек и описывается релятивистскими уравнениями (2) и (3). После прохождения лазерного импульса электроны, находившиеся в рассматриваемой лагранжевой ячейке, приобретут конечный импульс  $p^k$ . Для аксиально симметричной задачи конечный импульс обладает двумя компонентами. Эти компоненты однозначно задаются энергией импульса  $\varepsilon^k$  и зенитным углом  $\theta$ , определяемым по формуле

$$\cos \theta = \frac{p^k e_z}{|p^k|},$$

где  $e_z$  — единичный вектор вдоль оси лазерного импульса.

Результатом решения задачи является определение статистической зависимости для ускоренных электронов  $f = f(\varepsilon^k, \theta)$ , такой что

$$N = \iint f(\varepsilon^k, \theta) d\varepsilon^k d\theta,$$

где  $N$  — число больших частиц-ячеек исходной лагранжевой сетки.

Функция распределения  $f(\varepsilon^k, \theta)$  может быть определена методом Монте–Карло. Для этого нужно ввести вторичную дискретную сетку в области значений  $\varepsilon^k, \theta$ . Частицы, имеющие значения  $p^k(\varepsilon^k, \theta)$ , следует разбросать по

ячейкам вторичной сетки, каждый раз прибавляя для найденной ячейки одну частицу. Точность метода Монте–Карло оценивается как  $\sim 1/\sqrt{N}$ , где  $N$  — число частиц, участвующих в статистическом процессе. Данная оценка показывает, что для обеспечения приемлемой точности 1 % необходимо в расчете брать не менее  $10^4$  лагранжевых ячеек на исходной пространственной сетке. В действительности данная оценка является слишком оптимистичной.

**Особенности расчетов.** В различных лагранжевых ячейках — цилиндрических слоях — содержится разное число электронов, так как ячейки обладают разными объемами. Целесообразно поэтому ввести весовую функцию, равную отношению объема ячейки к полному объему расчетной области.

Пусть

$$r_i = hi, \quad i = 0, 1, 2, \dots, l,$$

тогда объем ячейки единичной длины с номером  $i$  —

$$V_i = \pi r_i^2 - \pi r_{i-1}^2, \quad i = 1, 2, \dots, l.$$

Определим весовую функцию

$$g_i = \frac{\pi r_i^2 - \pi r_{i-1}^2}{\pi r_l^2} = \frac{2i-1}{l^2}. \quad (6)$$

Легко видеть, что

$$\sum_{i=1}^l g_i = 1.$$

Оценим продольный размер сетки в методе Монте–Карло. В остаточную кинетическую энергию электрона переходит энергия осцилляций электрона в электро-магнитном поле. Выписывая формулу для максимальной кинетической энергии осцилляций на оси импульса в относительных единицах (кинетическая энергия делится на  $mc^2$ , импульс на  $mc$ ,  $\alpha = l/l_r$ ,  $\beta = (\lambda/\pi\rho_0)^2$ ,  $\tilde{z} = z/\rho_0$ )

$$w = \sqrt{1 + \frac{\alpha}{1 + \beta \tilde{z}^2}} - 1,$$

получим уравнение для определения длины сетки, дающей вклад в  $(1 - \chi$  — часть спектра электронов:

$$\sqrt{1 + \frac{\alpha}{1 + \beta \tilde{z}^2}} - 1 = \chi(\sqrt{1 + \alpha} - 1).$$

Решение этого уравнения

$$\tilde{z} = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \sqrt{\frac{\alpha}{\chi^2(2 + \alpha) + 2\chi[(1 - \chi)\sqrt{1 + \alpha} - 1]}} - 1.$$

## MATHEMATICAL MODELING, SYSTEMS ANALYSIS

Например, при  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 0,004$  получаем:

- для  $\chi = 0,1$  (10 %),  $\tilde{z} = 51,7$ ;
- для  $\chi = 0,01$  (1 %),  $\tilde{z} = 171,7$ .

Таким образом, для расчета энергетической части спектра, покрывающей 99 % диапазона, нужна длина сетки в абсолютных единицах

$$-171,7\rho_0 < z < 171,7\rho_0,$$

где  $\rho_0$  — длина перетяжки в фокальной плоскости.

Чтобы адекватно определить низкоэнергетическую часть спектра, нужно выбрать гигантскую по длине сетку со всеми вытекающими вычислительными проблемами.

**Результаты решения задачи.** Рассмотрим модельный лазерный импульс с длительностью  $t_L = 10^{-13} \text{ с} = 100 \text{ фс}$ . Длину волны излучения положим равной  $\lambda = 10^{-6} \text{ м} = 1 \text{ мкм}$ , что близко к длине волны неодимового лазера. Гауссову перетяжку в фокальной плоскости возьмем равной  $\rho_0 = 5 \text{ мкм}$ . Максимальную интенсивность излучения в центре (нуле) фокальной плоскости выберем равной релятивистской интенсивности  $I_0 = I_r$ . Получаем параметры задачи:  $\alpha = 1$ ;  $\beta = 0,00405$ ;  $\tilde{x}_{||} = t_L c / \rho_0 = 6$ .

Положение и параметры лагранжевой сетки выберем следующими:

$$-100 < \tilde{z} < 100;$$

$$0 < \tilde{r} < 7;$$

$$h_r = 0,035; h_z = 0,5;$$

$$I = -2000 \dots 2000; J = 200.$$

Число ячеек — 0,8 млн; начальное смещение центра импульса —  $\tilde{z}_L = 130$ ; время счета дифференциальных уравнений —  $\tau = 250$ ; сетку Монте-Карло возьмем в виде  $n \times n = 80 \times 80$ . Диапазоны по энергии —  $\varepsilon = (0 - 0,5)mc^2$ , по углу —  $\theta = (0 - \pi)$  рад. Выбор длины сетки обеспечивает адекватный расчет 95 % диапазона энергий ускоренных электронов.

В результате решалось 0,8 млн дифференциальных уравнений движения (2) и (3) для «больших частиц» — лагранжевых ячеек. На этом этапе применялся метод Рунге-Кутты четвертого порядка точности с адаптацией шага [4, с. 246]. Далее для каждого «большого электрона» вычислялись остаточная кинетическая энергия и зенитный угол  $\varepsilon^k, \theta$ . Для определения остаточной кинетической энергии использовалась релятивистская формула (энергия в единицах  $mc^2$ , импульс в единицах  $mc$ )

$$\varepsilon^k = \sqrt{1 + (\rho^k)^2} - 1.$$

При малых импульсах формула переходит в выражение для классической нерелятивистской кинетической энергии  $\varepsilon^k = (\rho^k)^2 / 2$ . Далее «большие частицы разбрасывались по ячейкам вторичной сетки (энергия — угол) с учетом весовой функции (6). На графиках представлены двумерный спектр ускоренных электронов в абсолютной шкале отсчетов (рис. 2, а) и энергетический спектр электронов, ускоренных в пределах малого зенитного угла  $\theta = \pi/80$  по отношению к оси Oz (рис. 2, б).

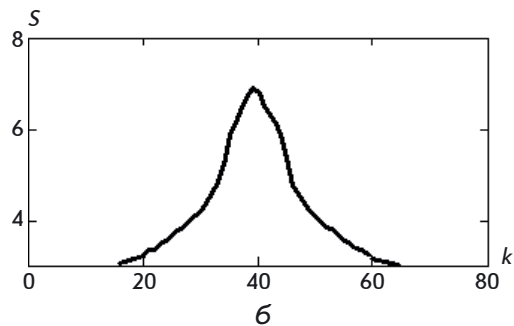
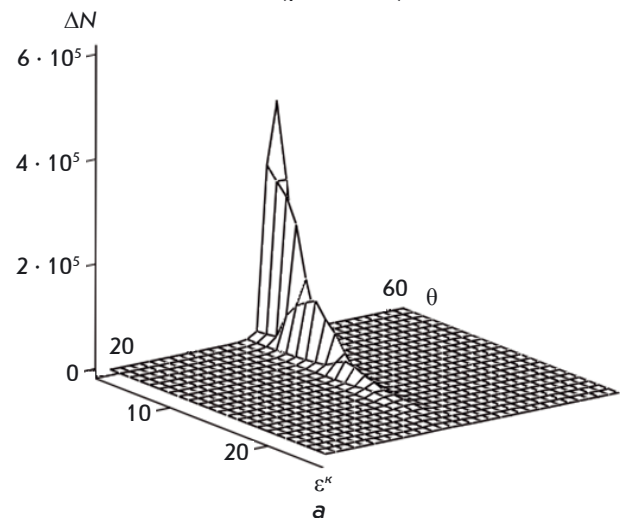


Рис. 2. Спектры ускоренных электронов: а — двумерный  $\Delta N(\varepsilon^k, \theta)$ ; б — энергетический по углу  $S = \log f(\varepsilon_{\min}^k, \theta)$

Амплитуда осцилляций электронов в поле лазерной волны пропорциональна корню из интенсивности излучения. В диапазоне интенсивностей, малых по сравнению с релятивистскими значениями  $I < 0,1I_r$ , амплитуда осцилляций электронов согласно формуле (4) много меньше длины волны лазерного излучения  $d < 0,05\lambda$ . При этом  $d$  много меньше продольного и поперечного размеров лазерного импульса в фокусе  $d \ll x_{||}, x_{\perp}$ . Для гауссова лазерного импульса его минимальный поперечный размер

A. V. BOROVSKY, A. L. GALKIN

совпадает с размером гауссовой перетяжки в фокальной плоскости  $x_{\perp} = \rho_0$ . В этих условиях выполнены критерии усреднения действия для релятивистского уравнения Гамильтона-Якоби и, следовательно, выполняется усредненное уравнение Гамильтона-Якоби, описывающее дрейфовое движение электронов в неоднородном поле лазерного излучения. Таким образом, при не очень высоких интенсивностях лазерного излучения справедливы УРГЯ, концепция пондеромоторной силы, а также выражение для нее в виде градиента от интенсивности, в релятивистском случае, деленного на релятивистский фактор. Наши выводы подтверждают и уточняют в указанном смысле выводы статьи В. Quesnel и Р. Mora [10], в которой исследование проводилось с использованием другого математического аппарата.

Вблизи фокуса гауссова импульса практически всегда выполняется условие  $x_{\parallel} \gg x_{\perp}$ , т. е. импульс вытянут вдоль оси фокусирующей системы и сжат в поперечном направлении. Поэтому градиент интенсивности вблизи фокальной плоскости максимален и также направлен поперек. В этих условиях ускорение электронов будет происходить преимущественно под углами, близкими к  $90^\circ$  по отношению к оси фокусирующей системы. Расчеты, выполненные в данной работе, подтверждают этот вывод. Для импульсов с длительностью  $100\text{ фс}$  и интенсивностью  $I = I_r$  ускорение электронов в модели УРГЯ происходит в поперечном направлении (рис. 2, а).

При увеличении интенсивности лазерного излучения выше релятивистских значений амплитуда осцилляций приближается к длине волны. Например, при  $I = 10I_r$  амплитуда осцилляций  $d = 0,5\lambda$ . При острой фокусировке лазерного излучения амплитуда осцилляций оказывается сравнимой с размером гауссовой перетяжки (с поперечным размером лазерного импульса)  $d \cong \rho_0$ . В этих условиях нарушаются критерии усреднения РГЯ и для описания ускорения электронов нужно использовать строгое уравнение Гамильтона-Якоби. Взятие градиента от РГЯ приводит к релятивистскому уравнению движения электрона под воздействием силы Лоренца. Расчеты двумерных спектров (энергия-зенитный угол) для ускоренных электронов, выполненные с использованием метода параметризации [5], показывают нарушение модели УРГЯ вблизи фокуса. Электроны, первоначально находившиеся на оси, в процессе ускорения вылетают под

различными зенитными углами к оси (рис. 3) под воздействием силы Лоренца в условиях нарушения второго критерия применимости УРГЯ  $d_0 \cong \rho_0$ . Параметры задачи:  $\lambda = 1\text{ мкм}$ ;  $\rho_0 = 2\text{ мкм}$ ;  $t_L = 10^{-13}\text{ с}$ ;  $\alpha = 10$ .

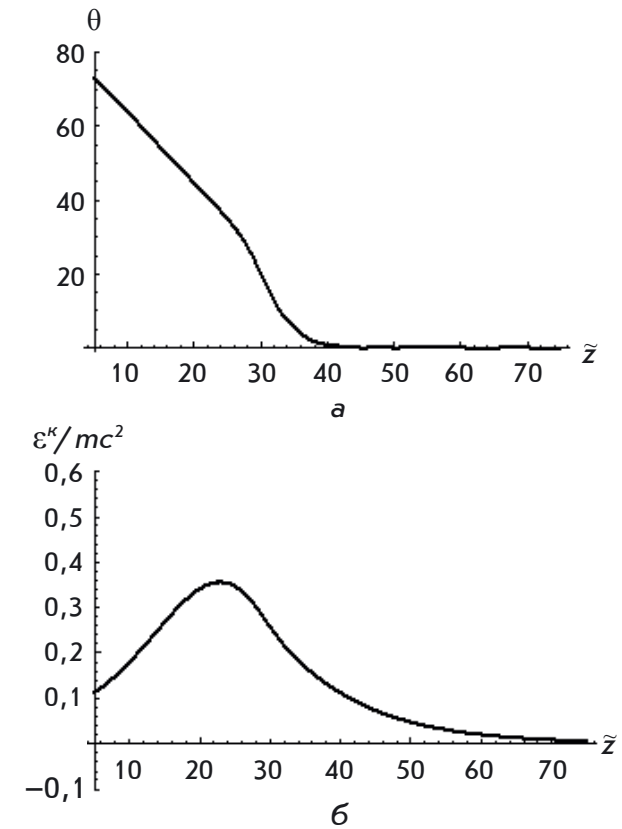


Рис. 3. Расчет угла вылета (а) и остаточной кинетической энергии (б) для электронов, первоначально расположенных на оси, с использованием строгой модели их движения

В целом, использование строгой модели приводит к расширению телесного угла, внутри которого происходит эффективное ускорение электронов. При укорочении лазерного импульса и высоких интенсивностях излучения нарушаются оба критерия  $d \cong x_{\parallel}, x_{\perp}$ . В этих условиях, естественно, работает только строгая модель, основанная на релятивистских уравнениях движения электронов под воздействием силы Лоренца. Существенно усложняет ситуацию то, что для суперкоротких лазерных импульсов нарушается также модель гауссовых пучков и для определения электро-магнитных полей следует использовать волновое уравнение. Такие исследования еще далеки до своего завершения.



## Список использованной литературы

1. Боровский А. В. Математические модели, основанные на релятивистском уравнении Гамильтона–Якоби в лазерной физике / А. В. Боровский, А. Л. Галкин // Известия Иркутской государственной экономической академии. — 2015. — Т. 25, № 1. — С. 141–148. — DOI : 10.17150/1993-3541.2015.25(1).141-148.
2. Боровский А. В. Численное моделирование ускорения электронов в фокусе ультракороткого лазерного импульса с применением усредненного релятивистского уравнения Гамильтона–Якоби / А. В. Боровский, А. Л. Галкин // Известия Иркутской государственной экономической академии. — 2015. — Т. 25, № 3. — С. 526–532. — DOI : 10.17150/1993-3541.2015.25(3).526-532.
3. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны, радио и связь / Л. А. Вайнштейн. — М. : Радио и связь, 1990. — 440 с.
4. Калиткин Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. — М. : Наука, 1978. — 512 с.
5. Borovskiy A. V. Two-dimensional angular — energy spectrum of electrons accelerated by the ultra-short relativistic laser pulse / A. V. Borovskiy, A. L. Galkin, M. P. Kalashnikov // Physics of Plasmas. — 2015. — Vol. 22, no. 4. — P. 043–107. — DOI : 10.1063/1.4917232.
6. Direct acceleration of electrons in a relativistic optical field: diagnostics of laser intensity / M. Kalashnikov, A. Andreev, A. Galkin, K. Ivanov, V. Korobkin, M. Romanovsky, O. Shiryayev // The Eighth International Conference on Inertial Fusion Sciences and Applications (IFSA-2013). Nara, Japan, September 8–13, 2013 (Oral presentation). — URL : <http://www.ile.osaka-u.ac.jp/ifsa13/common/data/abstractbook01.pdf>.
7. Electron vacuum acceleration by a tightly focused laser pulse / K. I. Popov, V. Yu. Bychenkov, W. Rozmus, R. D. Sydora // Physics of Plasmas. — 2008. — Vol. 15. — P. 013–108. — DOI : 10.1063/1.2830651.
8. Hu S. X. Laser acceleration of electrons to giga-electron-volt energies using highly charged ions / S. X. Hu, A. F. Starace // Physical Review E. — 2006. — Vol. 73, no. 6. — P. 066–502. — DOI : 10.1103/PhysRevE.73.066502.
9. Maltsev A. Above Threshold Ionization in Tightly Focused, Strongly Relativistic Laser Fields / A. Maltsev, T. Ditmire // Physical Review Letters. — 2003. — Vol. 90, no. 5.
10. Quesnel B. Theory and simulation of the interaction of ultraintense laser pulses with electrons in vacuum / B. Quesnel, P. Mora // Physical Review. — 1998. — Vol. 58, no. 3. — P. 3719–3732.
11. Salamin Y. I. Electron scattering and acceleration by a tightly focused laser beam / Y. I. Salamin, G. R. Mocken, C. H. Keitel // Physical Review Special — Accelerators and Beams. — 2002. — Vol. 5, no. 10. — P. 9–22.
12. Suppression of electron scattering by the longitudinal components of tightly focused laser fields / S. Masuda, M. Kando, H. Kotaki, K. Nakajima // Physics of Plasmas. — 2005. — Vol. 12. — P. 013–102. — DOI : 10.1063/1.1815000.

## References

1. Borovsky A. V., Galkin A. L. Mathematical models based on the relativistic Hamilton-Jacobi equation in laser physics. *Izvestiya Irkutskoy gosudarstvennoy ekonomicheskoy akademii = Izvestiya of Irkutsk State Economics Academy*, 2015, vol. 25, no. 1, pp. 141–148. DOI: 10.17150/1993-3541.2015.25(1).141-148. (In Russian).
2. Borovsky A. V., Galkin A. L. Numerical simulation of electrons acceleration in the focus of an ultrashort laser pulse with the averaged relativistic Hamilton–Jacobi equation use. *Izvestiya Irkutskoy gosudarstvennoy ekonomicheskoy akademii = Izvestiya of Irkutsk State Economics Academy*, 2015, vol. 25, no. 3, pp. 526–532. DOI: 10.17150/1993-3541.2015.25(3).526-532. (In Russian).
3. Vainshtein L. A. *Elektromagnitnye volny, radio isvyaz'* [Electromagnetic waves, radio and communication]. Moscow, Radio i svyaz Publ., 1990. 440p.
4. Kalitkin N. N. *Chislennyye metody* [Numerical Methods]. Moscow, Nauka Publ., 1978. 512 p.
5. Borovskiy A. V., Galkin A. L., Kalashnikov M. P. Two-dimensional angular – energy spectrum of electrons accelerated by the ultra-short relativistic laser pulse. *Physics of Plasmas*, 2015, vol. 22, no. 4, pp. 043–107. DOI: 10.1063/1.4917232.
6. Kalashnikov M., Andreev A., Galkin A., Ivanov K., Korobkin V., Romanovsky M., Shiryayev O. Direct acceleration of electrons in a relativistic optical field: diagnostics of laser intensity. *The Eighth International Conference on Inertial Fusion Sciences and Applications (IFSA-2013). September 8–13, 2013, Nara, Japan* (Oral presentation). Available at: <http://www.ile.osaka-u.ac.jp/ifsa13/common/data/abstractbook01.pdf>.
7. Popov K. I., Bychenkov V. Yu., Rozmus W., Sydora R. D. Electron vacuum acceleration by a tightly focused laser pulse. *Physics of Plasmas*, 2008, vol. 15, pp. 013–108. DOI: 10.1063/1.2830651.
8. Hu S. X., Starace A. F. Laser acceleration of electrons to giga-electron-volt energies using highly charged ions. *Physical Review E*, 2006, vol. 73, no. 6, pp. 066–502. DOI: 10.1103/PhysRevE.73.066502.
9. Maltsev A., Ditmire T. Above Threshold Ionization in Tightly Focused, Strongly Relativistic Laser Fields. *Physical Review Letters*, 2003, vol. 90, no. 5.
10. Quesnel B., Mora P. Theory and simulation of the interaction of ultraintense laser pulses with electrons in vacuum. *Physical Review*, 1998, vol. 58, no. 3, pp. 3719–3732.
11. Salamin Y. I., Mocken G. R., Keitel C. H. Electron scattering and acceleration by a tightly focused laser beam. *Physical Review Special Topics — Accelerators and Beams*, 2002, vol. 5, no. 10, pp. 9–22.
12. Masuda S., Kando M., Kotaki H., Nakajima K. Suppression of electron scattering by the longitudinal components of tightly focused laser fields. *Physics of Plasmas*, 2005, vol. 12, pp. 013–102. DOI:10.1063/1.1815000.

A. V. BOROVSKY, A. L. GALKIN

### Информация об авторах

Боровский Андрей Викторович — доктор физико-математических наук, профессор, кафедра информатики и кибернетики, Байкальский государственный университет, 664003, г. Иркутск, ул. Ленина, 11, e-mail: andrei-borovskii@mail.ru.

Галкин Андрей Леонидович — доктор физико-математических наук, заведующий сектором, Институт общей физики РАН им. А. М. Прохорова, 119991, г. Москва, ул. Вавилова, 38, e-mail: galkin@kapella.gpi.ru.

### Библиографическое описание статьи

Боровский А. В. Численное моделирование электронных спектров в фокусе ультракороткого лазерного импульса / А. В. Боровский, А. Л. Галкин // Известия Иркутской государственной экономической академии. — 2015. — Т. 25, № 6. — С. 1115–1121. — DOI: 10.17150/1993-3541.2015.25(6).1115-1121.

### Authors

Andrei V. Borovsky — Doctor habil. (Physical and Mathematical Sciences), Professor, Baikal State University, 11 Lenin St., 664003, Irkutsk, Russian Federation, e-mail: andrei-borovskii@mail.ru.

Andrei L. Galkin — Doctor habil. (Physical and Mathematical Sciences), Professor, General Physics Institute of RAS n.a. A.M. Prokhorov, 38 Vavilova St., 119991, Moscow, Russian Federation, e-mail: galkin@kapella.gpi.ru.

### Reference to article

Borovsky A. V., Galkin A. L. Numerical simulation of electronic spectra in the ultra-shot laser pulse focus. *Izvestiya Irkutskoy gosudarstvennoy ekonomicheskoy akademii = Izvestiya of Irkutsk State Economics Academy*, 2015, vol. 25, no. 6, pp. 1115–1121. DOI: 10.17150/1993-3541.2015.25(6).1115-1121. (In Russian).